

## Begleitschreiben zu Arithmetischer Skala und Intonationsdiagramm von Martin Sierek

Es betrifft:

- 1.) Intonationsspielräume für Solisten der Klassischen Musik
- 2.) (Historische) Temperaturen und Instrumentenstimmung
- 3.) (Stilrekonstruierende) kompositorische Stimmführung im Tonsatz
- 4.) Konkreten praktischen Einsatz und kompositorische Gestaltung gänzlich neuer Intervalle gemäß bisher ungebräuchlicher Arithmetischer- bzw. Intervall- bzw. Partialtonproportionen

Pythagoras' Proportionen: **6 : 8 : 9 : 12**

Partialton- bzw. arithmetische Proportionen bzw.

Frequenzverhältnisse der musikalischen Intervalle = Tonstufen der diatonischen Tonleiter C-Dur

1	:	2	=	c	:	c'										
2	:	3	:	4	=	c : g : c'										
3	:	4	:	5	:	6	=	c : f : a : c'								
4	:	5	:	6	:	8	=	c : e : g : c'								
<b>6</b>	:	<b>8</b>	:	<b>9</b>	:	<b>10</b>	:	<b>12</b>	=	<b>c</b> : <b>f</b> : <b>g</b> : a : <b>c'</b>						
8	:	9	:	10	:	12	:	15	:	16	=	c : d : e : g : h : c'				
24	:	27	:	30	:	32	:	36	:	40	:	45	:	48	=	c : d : e : f : g : a : h : c'
<u>Naturtonleiter C-Dur Proportionale Frequenzen in Hz</u>																
<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>	<b>g</b>	<b>a</b>	<b>h</b>	<b>c'</b>									
24	27	30	32	36	40	45	48	Partialtöne								
264	297	330	352	396	440	495	528	Hz								
<u>Pythagoreische Stimmung und Partialtonproportionen</u>																
<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>	<b>g</b>	<b>a</b>	<b>h</b>	<b>c'</b>									
260,7	293,3	330	347,7	391	440	495	521,5	<b>Hz</b>								
384	432	486	512	576	648	729	768	Partialtöne								
256	288	324		384	432	486	512									
192	216	243	256	288	324	-	384									
128	144	162	-	192	216	243	256									
96	108	-	128	144	162	-	192									
<u>64</u>	72	<u>81</u>	-	96	108	-	128									
48	54	-	<u>64</u>	72	<u>81</u>	-	96									
-	48	54	-	<u>64</u>	72	<u>81</u>	-									
32	36	-	-	48	54	-	<u>64</u>									
24	27	-	32	36	-	-	48									
-	24	27	-	32	36	-	-									
		24			32	36										
12			16	18			24									
8	9			12			16									
	8	9			12											
		8				12										
<b>6</b>			<b>8</b>	<b>9</b>			<b>12</b>									
	6		8	9												
		6	4	8	9											
3	3		4	4	9		6									
		3		4												
2	2			3			4									
		2			3											
			2			3										
1							2									

Martin Sierek, Wien im Dezember 2018

Gleichstufige Oktavzwölftelung  
 und Sechstelhalbtöne

1,0000000000...	0	1	Unisono	1,4142135609...	36	4ü	Tritonus
1,0096735332...	1			1,4278940028...	37		
1,0194406436...	2			1,4417067878...	38		
1,0293022366...	3			1,4556531812...	39		
1,0392592259...	4			1,4697344906...	40		
1,0493125345...	5			1,4839520160...	41		
1,0594630942...	6	b2	Kleine	1,4983070751...	42	5	Quint
1,0697118456...	7		Sekund	1,5128009983...	43		
1,0800597386...	8			1,5274351290...	44		
1,0905077304...	9			1,5422108234...	45		
1,1010567951...	10			1,5571294511...	46		
1,1117079046...	11			1,5721923945...	47		
1,1224620479...	12	2	Große	1,5874010498...	48	b6	Kleine
1,1333202218...	13		Sekund	1,6027568266...	49		Sext
1,1442834326...	14			1,6182611479...	50		
1,1553526964...	15			1,6339154509...	51		
1,1665290390...	16			1,6497211862...	52		
1,1778134964...	17			1,6656798189...	53		
1,1892071144...	18	b3	Kleine	1,6817928279...	54	6	Große
1,2007109489...	19		Terz	1,6980617067...	55		Sext
1,2123260661...	20			1,7144879630...	56		
1,2240535426...	21			1,7310731192...	57		
1,2358944652...	22			1,7478187125...	58		
1,2478499313...	23			1,7647262949...	59		
1,2599210490...	24	3	Große	1,7817974333...	60	b7	Kleine
1,2721089371...	25		Terz	1,7990337099...	61		Sept
1,2844147252...	26			1,8164367222...	62		
1,2968395537...	27			1,8340080831...	63		
1,3093845741...	28			1,8517494212...	64		
1,3220509493...	29			1,8696623807...	65		
1,3348398530...	30	4	Quart	1,8877486218...	66	7	Große
1,3477524707...	31			1,9060098208...	67		Sept
1,3607899989...	32			1,9244476701...	68		
1,3739536462...	33			1,9430638785...	69		
1,3872446324...	34			1,9618601715...	70		
1,4006641894...	35			1,9808382910...	71		
				2,0000000000...	72	8	Oktav

Das Intonationsdiagramm bietet Einblick in den Bereich einer Oktav, also dem Bereich der ein- bis zweifachen Schwingungszahl von Schallwellen, wobei die logarithmische Skala zugleich einer direkt proportionalen schematischen Darstellung der Frequenzaufteilung entlang der menschlichen „Basilmembran“ bzw. des „Cortischen Organs“ für den Hörbereich einer Oktav, innerhalb der ersten fünf Oktaven des menschlichen Hörbereichs, der Frequenzen von ca. 16 Hertz – 500 Hertz, entspricht. Die fünf Oktaven des oberen Hörbereichs, also 500 Hz – 16 KHz ordnen sich im Hörorgan weitgehend linear.

Im Intonationsdiagramm habe ich nun durch Überlagerung der musikäquaten „Gleichstufigen Oktavzwölftelung“ und ihren bekannten zwölf möglichen und universell zwölfmal transponierbaren musikalischen Intervallen, mit den „Intervallproportionen“, gleich „Frequenzverhältnissen“, gleich „Arithmetischen Proportionen“, der Obertonintervalle untereinander, der mit jeder periodischen

Grundschiwingung einhergehend hervorgebrachten, als „Obertonreihe“, gleich „Teiltonreihe“, gleich „Partialtonreihe“, prinzipiell leise mitklingenden Ober-Töne, bzw. deren untereinander gebildeten Intervallen, die jeweilige Übereinstimmung, die jeweilige Verwandtschaft, bzw. den jeweiligen Unterschied, zwischen physikalisch reinem Intervall, dem „Stehenden Klang“, und musikalisch „temperiertem“ Intervall, sowie die sich daraus ergebenden interpretatorischen Toleranzbereiche sichtbar gemacht.

Die ausprägenden Obertöne einer charakteristischen Grundwellenform einer bestimmten Tonquelle sind akustisch einzeln direkt wahrnehmbar, wenn diese Fähigkeit speziell trainiert wird, oder können durch „Überblasen“ oder „Flageolett“ vom Instrumentalisten musikalisch exklusiv spieltechnisch hervorgebracht werden, bzw. werden in ihrer Gesamtwirkung als spezifische natürliche Klangfarbe einer bestimmten damit wiedererkennbaren Tonquelle jedenfalls wahrgenommen.

Nur im Unisono und in der Oktav besteht faktische Übereinstimmung mit einem bestimmten musikalischen Intervall und Obertönen. Die Quinten und Quarten sind bekanntermaßen äußerst heikel und dürfen im Zusammenklang eigentlich ebenfalls nur rein erklingen. Für Tasteninstrumente ergab sich aus diesem mittelalterlichen Anspruch die „Pythagoreische Stimmung“. Auch sie ist in der Obertonreihe – allerdings beinahe nur mehr theoretisch – ab dem 384-sten Partialton (in der neunten Oktav über dem Grundton!) als arithmetisches Faktum abgebildet ((Siehe Kasten!))

Die Terzen und die Sekunden wären also nunmehr variabel. Das tiefe Blech nimmt aber auch die Terzen „sauber“, wegen der angestrebten klanglichen Reinheit unter den stark ausprägenden Obertonspektren, deren Intervalle sich sonst geräuschhaft störend reiben. Die Großen Terzen werden kleiner genommen, die Kleinen größer, auf Kosten prozentuell erheblicher Unterschiede in den kleineren Nachbarintervallen.

Darüber hinaus werden im Intonationsdiagramm durch das Gerüst der gleichstufig temperierten Skala Verwandtschaftsverhältnisse von Obertonproportionen auch unter den Parabeln verschiedener Ordnung erstmals sichtbar und laden somit zu weiteren bisher unbemerkt gebliebenen Temperier-Systematiken im Rahmen der musikalischen Theorie- und Praxisfelder ein.

Im regen Austausch mit dem Institut für Mikrotonalität am Prayner'schen Konservatorium Wien, mit Prof. Ulf Diether Soyka, sowie unter intensiver Anteilnahme von Prof. Roman Summereder vom Institut für Orgelforschung der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien, entstand in einer verfeinerten Ausführung nunmehr die Zweiundsiebzigstel-Oktavteilung, die den Halbton weiter in Halb-Halbtöne also Vierteltöne, sowie in Drittelhalbtöne, sowie eben in Sechstelhalbtöne weiter zu unterteilen gestattet.

Neben einigen anderen Intervallen, gemäß einer systematischen Aufreihung Arithmetischer Proportionen für den Bereich der „Ekmelischen Musik“, die mit durch die Obertonreihe vorgegebenen Intervallen komponiert wird, erfasst die Sechstelhalbton-Teilung in stark angenäherter Form, nicht nur für die Musiktheorie, sondern eben auch für die Interpretation Klassischer Musikwerke so wichtige Intervalle wie den Chromatischen Halbton  $25/24$ , den Kleinen Ganzton  $10/9$ , die reine Kleine Terz  $6/5$  sowie die reine Große Sext  $5/3$ , die reine Große Terz  $5/4$  sowie die reine Kleine Sext  $8/5$ , die Übermäßige Quart  $7/5$  sowie die Verminderte Quint  $10/7$ , schließlich die in der entsprechenden Fachliteratur obligate „Naturseptim“  $7/4$  gegenüber der Kleinen Septim  $9/5$  - und nicht aber die zahlreichen verschieden großen „Großen Septimen“, die sich wiederum aus den zahlreichen unterschiedlich intonierten Leitttönen von Solisten Klassischer Musikwerke ergeben und sich jenseits der hierfür viel zu groben Sechstel-Halbton-Teilung im Gesamt des Intonationsdiagramms dennoch wohl integriert und geordnet in den entsprechenden Positionen sichtbar befinden.

Allgemein ist das intakte Gehör jedenfalls in der Lage, die zehnmal zweiundsiebzig Tonstufen in ihrer jeweiligen Tonhöhe von benachbarten Tonstufen graduell gerade noch zu unterscheiden. Da ist von unserem organischen Aufbau her eine noch genauere Tonhöhendifferenzierung für die unmittelbare Zukunft angelegt, vorausgehend einer musikalischen Analytik bestimmter Intervalle und deren Zusammenhang in der musikalischen Phrase oder dem Werk als Ganzes.

Das Reizangebot aus unterschiedlich geordneten Schalleinwirkungen – jedenfalls auch der sehr einfachen Arithmetischen Ordnung des Obertonspektrums periodischer Schwingungen - zeigt sich, oder erscheint bei der organischen Entwicklung des menschlichen Hörvermögens maßgeblich mitbeteiligt, bzw. scheinen sich beide Aspekte in einer Art gegenseitiger Ergänzung zeitgleich und immerfort weiter zu entwickeln, wunderbar ähnlich einer sehr personal schöpferischen Wirkkraft, wie sie dem ungestört in sich selber vertieft spielenden Kind eignet, welches hierin mit phantasievoll erblühenden geistigen Gegenübern seine Persönlichkeit ausbildenden ernst, vornehmen Dialoge führt.

#### Arithmetische Skala mit Partialtonproportionen in der Oktavzwölftteilung – Musikalische Intervalle

Einige neue Musikwerke der letzten Zeit habe ich auf eigenen Tonskalen umgesetzt, die teilweise aus den natürlichen Gegebenheiten der Obertonreihe heraus gebildet sind, andernteils aus arithmetischen Zahlenreihen, die in ihrer rigiden Systematik auch darüber noch hinausgehen. Die Zahlenbeispiele aus der Philosophenschule des Pythagoras zur Beschreibung musikalischer Intervalle brachten als Beispiele naturwissenschaftlichen Arbeitens großen Fortschritt. Gleichwohl diese Experimente ihre richtigen Ergebnisse von anschaulichen wenn auch unzutreffenden Bedingungen her erklären, verbindet sie mit Musik von heute als dynamisch künstlerisches

Geschehen wenig. Die physikalischen und mathematischen Forschungen erst des 17. Jahrhunderts - eines französischen Ordenspriesters der Paulaner, Marin Mersenne - bestätigen in der Entdeckung der Obertöne in allen natürlichen periodischen Schwingungen, ja in der erstmaligen Entdeckung periodischer Schwingungen von tongebender Materie überhaupt, nochmals ihren festen Zusammenhang mit den gehörten Ergebnissen. Die berühmten Verhältniszahlen des Pythagoras stimmen mit den physisch realen Obertönen schwingender Materie und den daraus abzuleitenden Intervallen genau überein. Trotz einsetzendem intensivem Wissensaustausch unter zahlreichen Gelehrten, verlor, und verliert, sich das theoretische Expertenwissen gewöhnlich unter Menschen die zur gemeinsamen Freude miteinander musizieren und dabei mit Stimme Instrument und Notenliteratur universal aufeinander abstimmender gleichschwebender oder annähernd gleichschwebender Temperatur der zwölf chromatischen Halbtöne ausreichend präpariert sind - besonders gerade dann, wenn die Anforderungen der Praxis zum Professionellen hin steigen.

Ich bin trotzdem aber erst jetzt so richtig zufrieden, indem ich in einer systematischen Darstellung von Beschaffenheit, Herkunft und Verwendung, am eigenen Instrument alte und neue musikalische Tonintervalle vorweisen, systematisch einordnen und weitergeben kann. Mein Schaubild bietet ein lückenloses vielschichtiges Reservoir an arithmetischen Proportionen sowie meine individuelle Auswahl daraus, die dieses Angebot unter allen anderen offen bleibenden Möglichkeiten der Kombination vorstellt.

Definitiv neu ist die Zuordnung konkreter Zahlenverhältnisse zur heute üblichen temperierten zwölfteiligen Skala (Stimmung B) eines geschlossenen Quintenzirkels im Sinn J. S. Bachs. Diese ist aber nicht einfach nur temperiert, also Geschmacksache im Sinn einer praxisorientierten intuitiven Korrektur, sondern es wurden für jedes der zwölf zu beschreibenden Intervalle die niedrigstmöglichen Partialtonproportionen per simplem Größenvergleich der jeweils errechneten Ratio ermittelt und entsprechend zugeordnet. Meine Idee war es, danach zu suchen, nicht in höheren Bereichen, die die Skala mit Vergleichswerten so lang verfeinern ließe, bis schließlich alles, wie man es gerade will, begründbar und stimmig gemacht ist, sondern eben umgekehrt, streng zum Einfacheren hin. Es gab anfangs weder die Idee, noch irgend einen Hinweis, dass solcherart ausprägende Proportionen real existent auf temperierende Frequenzkorrekturen passen würden - trotz der progressiven Vergrößerung des wahrlich spärlichen Angebots von dort her und noch dazu in einer äußerst spannenden und geheimnisvollen vielgestaltigen Zusammensetzung - sodass regelrecht vorstellbar wird, wie aus einer solchen Beziehungstiefe angebotener Einzeltöne der ganz konventionell oktavzwölfteilenden Klaviatur ein so reichhaltiges musikalisches Repertoire hervorgehen konnte, wie heute vorliegt.

Man kann und wird gerne auch andere bestimmen und probieren und über daraus sich zeigende über jedes bisherige Maß hinausgehende übergeordnete musikalische Zusammenhänge, vor allem musikalisch in den Werken selbst, reflektieren. Jedenfalls ist es eben genau das, was ich selbst aus dem vorliegenden Datenblatt gegenwärtig für Nutzen ziehe.

### Intonationsdiagramm

Das Intonationsdiagramm bietet eine lückenlose Übersicht der physikalischen Schwingungsverhältnisse der musikalischen Intervalle, der europäischen Kunstmusik, dargestellt in ihren arithmetischen Proportionen.

Erstmals sind die zwölf chromatischen gleichstufig oktavteilenden Intervallschritte in direktem Bezug zu den betreffenden, also den jeweils benachbarten physikalisch stabilen arithmetischen Intervallproportionen, aber nunmehr eben auch der höheren, entsprechend der physisch real existenten Obertonreihe in periodischen Schwingungen, für den Bereich bewusster kompositorischer Vorstellungen - und vermittelt auch elektronischer Hilfen eben auch praktisch - verfügbar. Eine Art Schockwirkung, wie bei A. Schönbergs und J. Hauers Zwölfton-Konzepten, mag da zunächst nicht ausbleiben. Aber, ist der Schock einmal überwunden, der auch nicht Ziel ist, so kann sich die sprunghaft gesteigerte künstlerische Ausdruckskraft neuerer Werke im musikalischen Repertoire stilbildend entfalten. Beispiele sind zahlreich. Vom einstimmigen Psalmodieren zum Parallelorganum - über Anonymus -(Alle Diese), Buxtehude, Pachelbel, Gluck, hinüber zu Händel oder J. S. Bachs wahrer Polyphonie-Revolution und weiter zur goldenen Ära der Wiener Klassik mit J. Haydn ... bis Anton Bruckner (mein absoluter Gänsehautfaktor). Ich weiß, es bleibt lückenhaft, unvollständig, sobald Werke aufgezählt und Einzelpersonen als Urheber genannt werden, schwärmerisch und zugleich zahlenmäßiges Faktum, wie man im Intonationsdiagramm sehen kann.

Wie lange hat, oder: "warum" - hat die Dur-Terz als Dissonanz gegolten, bis der erste musikalische Dreiklang der physikalischen Frequenzverhältnisse 4/5/6 als harmonikale Hauptstufe komponiert war. Wer kennt das Werk, die Person?

Lieber Christian,

Partialtöne, Teiltöne, Obertöne = alles dasselbe.

Wir hören vom klingenden Ton bewusst nur die Grundwelle mit der Grundfrequenz. In der Natur - und wenn das keine Sinuswelle ist - besteht eine solche periodische Schwingung zusätzlich aus einzelnen Sinuswellen mit ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenzen. Diese Obertonreihe, Partialtonreihe, Teiltonreihe gleicht einer

Zahlenreihe 1fach, 2fach, 3fach, 4fach etc. ... bis unendlich-fach. Ich zeige es Dir einmal mit einem Springseil optisch, wie das geht...

LG  
Martin

P.S.:

Danke für Dein tolles Interesse. Die arithmetische Proportion  $9/5$  zugleich das Intervall, das der 5. und 9. Partialton miteinander bilden, zugleich eine physikalisch reine kleine Septime:  $b7$ , zugleich ein Frequenzverhältnis von  $9/5$ , das heißt, wenn zum Beispiel der Grundton dieses Intervalls mit 500 Hertz schwingt, dann muss die kleine Septime ein Ton sein, der mit 900 Hertz schwingt. Oder ich dividiere  $9/5 = 1,8$ . Damit weiß ich: Die kleine physikalisch reine Septime, wie sie als 5. und 9. Partialton in jeder periodischen Schwingung immer leise mitklingt, hat prinzipiell die 1,8-fache Frequenz des Grundtons dieses Intervalls usw.. kleine Sext  $b6 = 8/5$ , große Sext  $6 = 5/3$ ,...

Also: ...musikalische Intervalle, ...Arithmetische Proportionen, ...Obertöne.

Beispiel: Du singst die Note a einer Melodie. Die Luft schwingt periodisch. Der Ton hat eine bestimmte Schwingungszahl. Die Note a hat 440 Hz (Hertz - Der Luftdruck schwankt periodisch um einen mittleren Wert, also den Luftdruck, den zur Zeit hier die Luft hat, 440 mal pro Sekunde), gleich oft, wie Deine Stimmbänder - eigentlich Stimmlippen - pro Sekunde vibrieren. Die Note a ist die VI. Stufe von C-Dur. Der Grundton c muß also  $5/3 = 1,6$  periodisch mal weniger oft pro Sekunde schwingen. Du singst (ob Du es willst oder nicht) das c physikalisch rein also mit wieviel Hertz?  
Genau 264 Hertz!

Oktaven haben doppelte, Unteroktaven halbe Frequenz. Die Proportion (arithmetische wie auch Obertonproportion) ist  $2/1$  bzw.  $1/2$ . In der Antike wusste man davon nichts, aber es wurde zahlenmäßig und mit den Grundrechnungsarten vieles richtig beschrieben durch äquivalente Ergebnisse aus praktischen Experimenten. (Proportionale Saitenlängen bzw. Saitenverkürzung am Monochord. Baugröße von Orgelpfeifen, oder eben unterschiedlich voluminöse klingende Metallteile. Das Doppelte vom betreffenden Grundwert erzeuge als Ton eine reine Oktav. Das 1,5 - fache eine reine Quint, das  $4/3 = 1,3$  periodisch - fache eine reine Quart, das  $5/4 = 1,25$  - fache eine reine große Terz, das  $6/5 = 1,2$  - fache eine reine kleine Terz, das  $7/6 = 1,16$  periodisch - fache wie es in der vollständigen Systematik folgt, ergab vor dem vermutlich ersten bewussten musikalischen Einsatz durch mich, kein musikalisch genütztes Intervall, ebenso  $8/7 = 1,1428571429$ , dann folgen aber gleich  $9/8 = 1,125$  sowie  $10/9 = 1,1$  periodisch, als Ganztöne, großer und kleiner Ganzton. Die Musikpraxis kennt "den" Ganzton, der irgendwo dazwischen intoniert wird, wenn das Notenbild einen Ganztonschritt vorgibt.

Eine Tonleiter (diatonisch-Dur) durchmisst die Oktav in 7 Intervallstufen, das ist die Tonleiter c, d, e, f, g, a, h, c'

Du hast schon einmal eine ganze Tonleiter raufgesungen und bist sodann eine Oktav hinaufgeklommen. Die Halbtonschritte können als reales physikalisches Frequenzverhältnis in der Praxis von Gesangssolisten auch größere Unterschiede gleich den physikalisch reinen Proportionen aufweisen. Sie sind ebenfalls als Frequenzverhältnisse der Luftschwingungen physikalisch beschreibbar. Ergibt die Wahl einzelner Intervallschritte durch Chor und Solist im Gesamt einer melodischen Phrase einen je besseren Sinn bzw. akustischen Bezug auf das ganze Werk, so ergibt das einen musikalisch allgemein erkennbaren überraschend neuen höheren Zusammenhang und bleibt dabei selbst nicht im Rahmen dessen, was der staunende Experte üblicherweise zu hören gewöhnt ist. - Ich meine dabei konkret zum Beispiel die Chorvereinigung St. Augustin an der Jesuitenkirche Wien 1 in musikalischer Wechselwirkung mit der Sopranistin Cornelia Horak, welche durch viele Jahre hindurch das Messrepertoire der Goldenen Ära der musikalischen Wiener Klassik zuerst unter der Leitung von Friedrich Wolf, anschließend Andreas Pixners, vor begeisterten Messbesuchern aus aller Welt treu dargeboten haben. - In den Noten, oder genauer gesagt „zwischen den Noten großer Komponisten und Interpreten“ - nämlich im Zusammenhang richtig gelesen - steht auch Dieses, - vermute ich vage.

In weiterer Folge der Musiktheorie des Griechischen Kulturkreises, als Quelle der europäischen Kunstmusik, werden alle Bezüge oberhalb der Proportion 6, also 7 und höhere, als von zu weit hergeholt, strikt abgelehnt. Von der Übereinstimmung mit Obertönen, wie Fourier 1822 errechnete, wusste man noch lange nichts. Es schien zu komplex und nichtmehr praktisch differenzierbar, um als musikalischer Wohlklang zu gelten. Es ist aber doch eigentlich auch klar, dass das Jahr 2018 musikalisch nicht gleich das Jahr 1318 sein kann. Vor siebenhundert Jahren hat die Durterz also die „Große Terz“ - ein bis heute nur sehr unbestimmtes Intervall zwischen den Proportionen  $5/4 = „1,25$  fache Frequenz“ (reine Terz) und  $81/64 =$  (pythagoreische Terz) = exakt und ohne Rest die „1,265625 fache Frequenz“ - als Dissonanz gegolten.

P.P.S.:

Ausgegangen bin ich von dem bekannten Experiment des Pythagoras, der verschiedene Tonhöhenintervalle vergleicht, die unterschiedengewichtige Schmiedehämmer hervorbringen, und der damit sogar als Begründer der modernen Naturwissenschaft (Theorienbildung und experimentelle Beweisführung) angesehen wird.

## Pythagoras' Proportionen: **6 : 8 : 9 : 12**

...das bedeutet zugleich, verstanden als Intervallkette aus Obertonproportionen entsprechenden Schwingungszahlen, eine Quart, eine GROSSE große Sekund und wieder eine Quart. Das ergibt also insgesamt einen harmonischen Zusammenklang Quart, Quint, Oktav, zugleich interpretierbar als harmonikale Hauptstufen einer diatonischen Tonleiter **I - IV - V - I** also die klassische Kadenz.

Mit diesen wenigen Intervallen findet die Musiktheorie der Antike ihr Auslangen:

Partialton- bzw. arithmetische Proportionen bzw.

Frequenzverhältnisse der musikalischen Intervalle = Tonstufen der diatonischen Tonleiter C-Dur

1	:	2	=	c	:	c'										
2	:	3	:	4	=	c : g : c'										
3	:	4	:	5	:	6	=	c : f : a : c'								
4	:	5	:	6	:	8	=	c : e : g : c'								
<b>6</b>	:	<b>8</b>	:	<b>9</b>	:	<b>12</b>	=	<b>c</b> : <b>f</b> : <b>g</b> : a : <b>c'</b>								
8	:	9	:	10	:	12	=	c : d : e : g : h : c'								
24	:	27	:	30	:	32	:	36	:	40	:	45	:	48	=	c : d : e : f : g : a : h : c'

### Naturtonleiter C-Dur Proportionale Frequenzen in Hz

c	d	e	f	g	a	h	c'	
24	27	30	32	36	40	45	48	Partialtöne
264	297	330	352	396	440	495	528	Hz

### Pythagoreische Stimmung und Partialtonproportionen

c	d	e	f	g	a	h	c'	Hz
260,7	293,3	330	347,7	391	440	495	521,5	Hz
384	432	486	512	576	648	729	768	Partialtöne
256	288	324		384	432	486	512	
192	216	243	256	288	324	-	384	
128	144	162	-	192	216	243	256	
96	108	-	128	144	162	-	192	
<u>64</u>	72	<u>81</u>	-	96	108	-	128	
48	54	-	<u>64</u>	72	<u>81</u>	-	96	
-	48	54	-	<u>64</u>	72	<u>81</u>	-	
32	36		-	48	54		<u>64</u>	
24	27		32	36	-		48	
-	24	27		32	36		-	
		24			32	36		
12			16	18			24	
8	9			12			16	
	8	9			12			
		8				12		
<b>6</b>			<b>8</b>	<b>9</b>			<b>12</b>	
	6		8	9				
3		6	4	8	9		6	
	3			4				
2		3		3	4		4	
	2				3			
		2				3		
			2				3	
1							2	

Martin Sierek, Wien im Dezember 2018