PDF ins INTERNET

Quadratisch Ergänzen

Das Rezept zum hinter die Ohren schreiben!

PDF ins INTERNET

Quadratische Ergänzung

Es gibt 3 Fälle:

Terme der Form

$x^2 + bx$

$x^2 + bx + c$

$ax^2 + bx + c$

Mit Hilfe der "quadratischen Ergänzung" kannst du den Term in die Form einer binomische Formel umwandeln.
Je nachdem welcher Fall vorliegt gibt es verschiedene Vorgehensweisen um damit den Extremwert des Terms herauszufinden.

Term	Beispiel	Lösungsvorschlag	Erklärung
$x^2 + bx$	$x^2 + 6x$	$x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 =$ $(x + 3)^2 - 9$ ➽ Tmin = -9, für x = -3	Man zählt die Hälfte von b (hier die 6) ins Quadrat dazu und zieht es gleich wieder ab, um den Term nicht zu verändern. Der vordere Teil $x^2 + 6x + 3^2$ hat jetzt die Form der ersten binomischen Formel und lässt sich zu $(x + 3)^2$ umformen. Der Rest (hier -3^2) wird einfach ausgerechnet und bleibt dahinter stehen.
$x^2 + bx + c$	$x^2 + 6x + 5$	$x^2 + 6x + 5 =$ $x^2 + 6x + 3^2 - 3^2 + 5 =$ $(x + 3)^2 - 9 + 5 =$ $(x + 3)^2 - 4$ ➽ $T_{min} = -4$, für $x = -3$	Beim zweiten Fall funktioniert es genau wie im ersten, mit der Ausnahme dass noch eine Zahl c (hier die 5) hinzukommt. Entspricht diese Zahl NICHT der Hälfte von b ins Quadrat, so wird wie oben quadratisch ergänzt und der Rest mit der Zahl c verrechnet. (Wäre $c = 9$ könnte man den Term gleich zu $(x + 3)^2$ umformen ohne quadratisch ergänzen zu müssen)
$ax^2 + bx + c$	$-x^2 + 6x + 5$	$-x^2 + 6x + 5 =$ $-(x^2 - 6x - 5) =$ $-(x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 - 5) =$ $-((x - 3)^2 - 9 - 5) =$ $-((x - 3)^2 -14) =$ $-(x - 3)^2 + 14$ ➽ $T_{max} = 14$, für $x = 3$	Bevor quadratisch ergänzt wird, muss das a (also alles was vor dem x^2 steht, hier ein Minus, es kann aber auch eine Zahl sein) ausgeklammert werden. ➽ **Distributivgesetz beachten!** In der Klammer steht dann ein Term wie oben der auch ebenso quadratisch ergänzt wird. Zum Schluss wird das ausgeklammerte a (hier das Minus) wieder mit den beiden Summanden in der Klammer multipliziert.

PDF ins INTERNET

Quadratisch ergänzen

Like a Boss

$ax^2 + bx + c$

$ax^2 + bx + c =$
$a(x^2 + (b/a)x + (b/2a)^2 - (b/2a)^2) + c =$
$a((x + (b/2a))^2 - b^2/4a^2) + c =$
$a(x + (b/2a))^2 - b^2/4a + c$

➽ T_{min} für $a > 0$ und T_{min} für $a < 0$
$T_{min/max} = - b^2/4a + c$ für $x = - b/2a$

Sieht komplizierter aus, als es ist: Im Grunde steht hinter dem Pfeil die "Formel" für den Extremwert. Man setzt einfach die entsprechenden Werte für a, b und c ein und fertig.

Bsp.: $-x^2 + 6x + 5$
$a = -1$; $b = 6$; $c = 5$
$a < 0$ also T_{max}
$T_{max} = -6^2/4*(-1)+5$, für $x = - 6/2*(-1)$
$T_{max} = -36/-4+5$, für $x = -6/-2$
$T_{max} = 14$, für $x = 3$

Die Formel ersetzt NICHT die quadratische Ergänzung, wenn diese ausdrücklich in der Aufgabenstellung verlangt ist!

PDF ins INTERNET

Neues Wissen anwenden und vertiefen mit ein paar

UEBUNGEN

Don't waste them!

$x^2 + 8x$
$x^2 + 4x$
$-x^2 + 6x$
$4x - x^2$
$x^2 + x$
$x^2 + 1/2\, x$

Level:
Kindergarten

$x^2 + 8x + 3$
$x^2 + 8x - 7$
$x^2 + 9 + 12x$
$x^2 + 8x + 16$
$7 + x^2 + x$
$x^2 + 22x + 122$

Level:
Advanced

$-x^2 + 10x - 5$
$2x^2 + 8x - 2$
$3x^2 + 12x + 6$
$1/2\, x^2 + 3x - 1$
$-5x^2 - 20x - 15$
$-1/3\, x^2 + 2x - 4$

Level:
COLLEGE