PDF ins INTERNET

Eine Lösung für das 3x+1 Problem

Klaus Behmler, Chemnitz

Abstract

Dieser Artikel enthält eine Lösung des 3x+1 Problems. Der Beweis wird mittels vollständiger Induktion nach der Länge einer Iterationsfolge geführt.

1. Einleitung

Der Artikel verwendet die Notation " ***notebook language*** of ***Mathematica 9.0 "*** von Wolfram***.*** Dabei wird diese Notation nur zum besseren Verständnis des Beweises verwendet. Sie ist für die Lösung des Problems nicht notwendig. Der Artikel nimmt nur auf die Literatur von [1] und [2] bezug.

Collatz Vermutung

Sei ***N*** = {1,2,........} die Menge der natürlichen Zahlen.

Sei ***E*** die Menge der geraden Zahlen und ***O*** die Menge der ungeraden natürlichen Zahlen .
Sei $N_0 = N \cup \{0\} = \{01,2, \ldots\}$.

Für alle x € N werde die Funktion T : N→N wie folgt definiert ,

T(x) =$x: 2^k$ falls x $\equiv$ 0Mod(2) ,und k ist die größte Potenz von 2 , die x teilt.

T(x) =$(3\ x+1): 2^k$ falls x $\equiv$ 1Mod(2) ,und k ist die größte Potenz von 2 , die (3x+1) teilt.

Die 3x+1 Vermutung nimmt an , dass die Folge x, T(x), $T(x)^2$*,.. für jedes x € N ,*

in endlich vielen Schritten 1 erreicht.

Mittels Nutzung der Notation des Fließbildes gilt :

While (x > 1)

Begin

if (x is Odd) Then

x=3*x + 1;

Else

x = x /2 ;

PDF ins INTERNET

2

End

his procedure is finished once x = 1 is reached

In Wolfram Mathematica wird dieser Sachverhalt durch die Collatz Funktion dar gestellt.

in Collatz[9] (in =Input)

out {9,28,14,7,22,11,34,17,52,26,13,40,20,10,5,16,8,4,2,1} (out =Output).

Gemäß Definition ergibt sich , Mod[9,3]≡0,Mod[28,3]≡1,Mod[14,3]≡2,Mod[7,3]≡0,Mod[22,3]≡1,

.....,Mod[4,3]≡1,Mod[2,3]≡2,Mod[1,3]≡2. Da alle x,T(x), $T(x)^2$,...*1.*untereinnander äquivalent sind **[2]**

genügt es , nur die ungeraden Zahlen , zu betrachten. Dafür wurde die Funktion Fu1 gebildet :

in Fu1[9] (***in*** bedeutet Eingabe)

out {9,7,11,17,13,5,1} (***out*** bedeutet Ausgabe)

1. Beweis der Collatz Vermutung

Falls eine Collatz Folge äquivalent einer anderen ist, stimmen sie mindesten in einem Element ,überein.[2]

Die Anzahl der Elemente einer Collatz Folge sei n. Sie wird als Länge **n** bezeichnet.

Der Beweis wird mittels vollständiger Induktion nach n durch geführt.

Für x=Mod[k,3]≡1und x=Mod[k,3]≡2 kann man (beliebig viele) Vorgänger u und Nachfolger v erzeugen. Diese Vorgänger und Nachfolger können die Länge x €N={1,2,3,.....} haben.

Für x=Mod[k,3]≡1 wird die Potenz 2*k und x=Mod[k,3]≡2 wird die Potenz 2*k + 1 verwendet.

Wir verwenden x=Mod[k,3]≡1 und die Potenz 2*k.

Input

x = 1;length01 = Table[1/3(x2^{2k} − 1),{k,1,10}]
mod10 = Table[mod[length01[[k]],3],{k,1,length[length01]}]

OUTPUT

$$\{1,5,21,85,341,1365,5461,21845,87381,349525\}$$

$$\{1,2,0,1,2,0,1,2,0,1\}$$

PDF ins INTERNET

Die Elemente der Tabelle sind äquivalent (da gleich lang) und die Modi sind auch äquivalent.

Wir betrachten ein Beispiel:

Mod[1,3]=1

$x = 1; y = \text{Table}[1/3\,(x2^{k} - 1), \{k, 2,10,2\}]$

$\{1,5,21,85,341\}$

Alle Elemente sind gleich lang.Fu1[1]= $\{1,1\}$, Fu1[5]= $\{5,1\}$, ...,nämlich 2.

Mod[85,3]=1

$x = 85; y = \text{Table}[1/3\,(x2^{k} - 1), \{k, 2,10,2\}]$

$\{113,453,1813,7253,29013\}$

Alle Elemente sind gleich lang. Fu1[113]={113,85,1}, Fu1[453]={453,85,1},.....,nämlich 3.

Sei k beliebig und Mod[k,3]=1. Laut Voraussetzung enthält die bezüglich k gebildete Menge ***Nu***:

$x = k; y = \text{Table}[1/3\,(x2^{\mathrm{j}} - 1), \{j, 2,10,2\}]$ für alle k€{1,2,3,.., k} (1)

Mit anderen Worten beschriebene Menge Nu enthält alle Folgen der Länge k€{2,3,..k}
Sei x ein Element der Länge n ,so hat

$x = n; y = \text{Table}[1/3\,(x2^{\mathrm{j}} - 1), \{j, 2,10,2\}]$,die Länge n+1.

Die getroffenen Aussagen folgen per Defination.

References

1. Some Observations on the 3x+1 Problem
Dhananjay P. Mehendale
Sir Parashurambhau College, Tilak Road, Pune-411030,
India
2. Solution to the 3x+1 Problem
Charles Cadogan